

Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

Tomás Ángel Sierra Delgado (Universidad Complutense de Madrid)

Esther Rodríguez Quintana (Universidad Complutense de Madrid)

Artículo solicitado a los autores por la revista

Resumen

Presentamos una posible organización didáctica para el estudio del número y la numeración en la Educación Infantil basada en las investigaciones desarrolladas por Guy Brousseau y sus colaboradores en el aula con alumnos de 3, 4 y 5 años de la Escuela Jules Michelet de Talence (Bordeaux). La propuesta elaborada tiene como objetivo que los alumnos perciban el carácter funcional del número, por ello, a lo largo de todo el proceso se plantean cuestiones y tareas cuya respuesta y resolución óptima requiere el uso del número y la numeración. Para la construcción del proceso de estudio seguimos el modelo general que propone la teoría antropológica de lo didáctico.

Palabras clave

Número natural, Educación Infantil, cardinal y ordinal, enumeración, conteo, teoría de situaciones didácticas, teoría antropológica de lo didáctico, situaciones de aprendizaje por adaptación al medio.

Abstract

We present a possible didactical organization for the study of number and numbering in primary education based on the research conducted by Guy Brousseau and colleagues in the classroom with 3, 4 and 5 years old students from Jules Michelet School of Talence (Bordeaux). The developed proposal intends students to perceive the functional character of the number. Therefore, throughout the entire process questions and tasks are proposed from which response and optimal resolution requires the use of number and numbering. For the construction of the study process we follow the general model proposed by the Anthropological Theory of Didactics.

Keywords

Natural number, kindergarten, cardinal and ordinal, enumerating, counting, the Theory of Didactic Situations, the Anthropological Theory of the Didactic, learning situation for adaptation to the medium.

1. Introducción

Cuando queremos elaborar una organización didáctica para la enseñanza de un conocimiento matemático, presente en el curriculum de una institución educativa, lo primero que debemos plantearnos (*independientemente de las características específicas de los alumnos*) (Briand y Salin 2001) es la siguiente cuestión:

¿Cuáles son los problemas en los que el conocimiento matemático que queremos enseñar es el mejor instrumento de resolución?

O mejor:



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

¿Cuáles son las situaciones cuya resolución requiere poner en juego el conocimiento matemático que queremos enseñar?

La razón por la que debemos intentar primero la búsqueda de respuestas a las cuestiones anteriores no es otra que la de conseguir que el estudio de dicho conocimiento tenga un carácter funcional. Si queremos que el aprendizaje de un contenido matemático sea funcional debemos presentar a los alumnos situaciones o problemas donde dicho contenido sea la mejor estrategia para resolverlos.

Una vez que hayamos encontrado elementos de respuesta a estas preguntas podremos plantearnos la siguiente cuestión:

¿Cómo transformar cada uno de esos problemas o situaciones para convertirlo en el núcleo de una situación didáctica, adaptada a la edad, a los conocimientos y a los intereses de los alumnos de una determinada institución escolar?

O mejor:

¿Cómo diseñar y gestionar un proceso de estudio o una organización didáctica en cuyo núcleo aparezcan los problemas o situaciones que son la “razón de ser” de dicho conocimiento matemático, adaptándolos a la institución escolar de referencia?

2. Cuestiones previas para la elaboración de una organización didáctica en torno al número natural en la Educación Infantil

La orden ECI/3960/2007 establece el currículo de Educación Infantil (MEC, 2007). El objetivo quinto indica:

Representar atributos de elementos y colecciones, y establecer relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación, iniciándose en las habilidades matemáticas. (MEC, 2007, p.1024).

Este objetivo se lleva a cabo fundamentalmente a través del área *Conocimiento del entorno*. En concreto, durante el desarrollo de los bloques, se destacan como contenidos para el segundo ciclo, en relación con la enseñanza del número (MEC, 2007, 1024):

- Ordenación gradual de elementos,
- uso contextualizado de los primeros números ordinales,
- cuantificación no numérica de colecciones, comparación cualitativa entre colecciones de objetos,
- estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables,
- utilización oral de la serie numérica para contar, toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

En el área *Lenguaje: comunicación y representación* se hace referencia a que:

Cuando se aborde, por ejemplo, el conocimiento de objetos y materias que se refleja en el área de Conocimiento del entorno, se trabajará al mismo tiempo

el lenguaje matemático que se refiere a la representación de aquellas propiedades y relaciones entre objetos(...). (MEC, 2007, 1027)

Por último, en los criterios de evaluación se incide en la necesidad de evaluar si los niños han desarrollado un aprendizaje funcional del número, siendo capaces de resolver problemas matemáticos de la vida cotidiana donde es necesario utilizar el número, en sus aspectos cardinal y ordinal:

(...) también se observará la capacidad desarrollada para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana.

Se valorará si el niño observa y puede verbalizar algunos de los usos y funciones que los números cardinales y ordinales cumplen en nuestra cultura así como si los utiliza funcionalmente en sus juegos y en situaciones propias de la vida cotidiana. (MEC, 2007, p. 1025).

Conocidas las indicaciones del currículo oficial español, antes de enseñar los “*primeros números naturales en sus aspectos cardinal y ordinal*” en la “*Educación Infantil*”, deberíamos buscar algunos elementos de respuesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué tipos de problemas dan sentido al número natural en sus aspectos cardinal y ordinal? ¿En la Educación Infantil, cuáles son las cuestiones (la razón de ser) cuya respuesta requiere como estrategia óptima el uso de los primeros números naturales? ¿Para qué sirven los números en la EI?
- ¿Existe algún tipo de situaciones previo que prepara y ayuda a la construcción del número natural en la Educación Infantil?
- ¿Cuáles son las técnicas matemáticas de que pueden disponer los alumnos de EI para resolver las situaciones problemáticas anteriores que permiten un aprendizaje funcional de los primeros números naturales? ¿Qué relación existe entre dichas técnicas? ¿Podría esquematizarse un proceso de desarrollo progresivo de ellas? ¿Hay otras técnicas que mejoran en eficacia y economía a la técnica del conteo?

El motivo de plantearnos dichas cuestiones es que, desde nuestro punto de vista, aunque los conocimientos numéricos a enseñar en la EI puedan parecer muy elementales y sencillos a los ojos del enseñante, sin embargo, el maestro no debe considerar transparente el conocimiento matemático cuya enseñanza y aprendizaje quiere gestionar, si lo que pretende es que sus alumnos perciban el carácter funcional del número. En definitiva, se trata de que el enseñante busque y, en consecuencia, disponga de un conjunto de situaciones problemáticas que permitan a los alumnos de EI encontrar las *razones de ser* del número. Para ello, habrá que analizar cuáles son las funciones del número y de su designación y, de este modo, obtener un conjunto de situaciones específicas¹ del número natural que el enseñante podrá utilizar para conseguir que sus alumnos construyan las distintas técnicas donde interviene el número y la numeración.

Del mismo modo, es necesario indagar sobre las posibles técnicas que pueden ser utilizadas para resolver dichas situaciones, ya que según el modelo de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)² en el que nos basamos, la construcción del conocimiento matemático en torno a los primeros números naturales está totalmente ligada al desarrollo y aprendizaje de las técnicas matemáticas que permiten resolver tareas potencialmente útiles para iniciar a los alumnos de EI en el uso de los números.

¹ En general, una situación específica de una noción matemática es aquella en la que, si queremos resolverla de modo óptimo, se necesita poner en práctica dicha noción matemática.

² Para una información detallada del marco teórico de la TAD, proponemos consultar Chevallard, Bosch y Gascón (1997), Bosch y Gascón (2009) y Sierra, Bosch y Gascón (2011).



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

2.1. Situaciones o problemas que son la “razón de ser” del número en la Educación Infantil

Basándonos en los trabajos de investigación llevados a cabo por Guy Brousseau y sus colaboradores (Gairin-Calvo, 1988; Brousseau, 2000, 2007; Briand, Loubet y Salin, 2004) en el Centro para la Observación e Investigación en la Enseñanza de las Matemáticas (COREM) de la Escuela Jules Michelet de Talence (Bordeaux, Francia), se pueden considerar tres grandes tipos de situaciones en las que el uso de los primeros números es el mejor instrumento para su resolución:

1.- Situaciones en las que el nombre del número se utiliza para construir una colección:

- Tengo invitados, y quiero pedir al pastelero los pasteles que necesito.
- Quiero tejer un jersey y el manual de tricotar me indica que debo avanzar un número determinado de puntos.
- Se acerca la hora de comer, y quiero poner la mesa antes de que lleguen los comensales.
- Tengo necesidad de un cuaderno para cada uno de los alumnos de mi clase. Voy a buscarlos al despacho del director.
- Tenemos clase de plástica y hay que ir a buscar los pinceles necesarios para que cada alumno tenga el suyo.

2.- Situaciones en las que los nombres de los números se utilizan para comparar dos colecciones:

- ¿Tendré bastantes « vales de comida » para poder comer todos los días hasta que lleguen las vacaciones?
- Durante una salida con los niños, ¿me he olvidado de alguno?
- Al terminar un juego donde gana el que ha conseguido más o menos puntos, o cartas o fichas, etc. ¿quién ha ganado?
- Hemos empezado a jugar con un conjunto de canicas y al terminar de jugar quiero saber si el paquete de canicas ha aumentado o ha disminuido.
- Quiero repartir una colección entre varias personas, el conteo puede servirme para controlar que el reparto por igual está bien en las diferentes etapas de la distribución.

3.- Situaciones en las que el nombre del número se utiliza para designar o memorizar una posición:

- Alguien me pregunta por una dirección en una ciudad y le indico el camino: “Tiene que girar en el tercer semáforo”.
- Estoy en una ciudad desconocida, y dispongo de un plano, preveo mi itinerario y anoto que debo girar en la cuarta calle a la izquierda.
- Vivo en un gran edificio y tengo que indicar a alguien el piso donde habito.
- Alguien viene a mi ciudad por una autopista y debo indicarle la salida que le permitirá llegar.

2.2. Técnicas matemáticas para la iniciación al número y la numeración

Ahora queremos clarificar en qué consiste cada una de las técnicas matemáticas, a construir por los alumnos de la Educación Infantil, que permiten, dependiendo del caso, dar una posible respuesta a las situaciones descritas anteriormente. Por ello, pasamos a explicarlas de forma detallada.

1.- “**La correspondencia término a término**” o “**correspondencia uno a uno**”, que consiste en ir asociando o relacionando cada objeto de la primera colección con un objeto distinto de la segunda colección, de modo que cada objeto de la primera colección tenga asociado un único elemento de la

segunda colección y que cada elemento de la segunda colección esté relacionado con un solo elemento de la primera colección.

Esta técnica permite:

- Construir una colección equipotente a una dada previamente, cuando ésta está presente.
- Comparar dos colecciones cuando ambas están a la vista.
- Realizar distribuciones de los elementos de una colección.

2.- La correspondencia grupo a grupo que consiste en ir asociando a cada grupo o subconjunto de la primera colección un subconjunto o grupo equipotente distinto de la segunda colección. Esta técnica es utilizada cuando el tamaño de las colecciones aumenta. En otras palabras, esta técnica es una generalización de la anterior donde cada término en lugar de reducirse necesariamente a un solo elemento, es un grupo o subconjunto.

3.- La estimación puramente visual que consiste en comparar la colección con otra presente o no, utilizando su disposición espacial. También suele utilizarse cuando las colecciones a comparar son de tamaño muy diferente. Esta técnica es muy poco fiable.

4.- El reconocimiento inmediato de la cantidad que consiste en enunciar rápidamente el número de elementos de una colección sin necesidad de realizar un conteo de modo explícito. Esta técnica puede ser utilizada para colecciones cuyo número de elementos no sea mayor de 5 ó 6.

5.- “La técnica de conteo”. Técnica compleja que puede descomponerse en el siguiente sistema de subtécnicas:

1. *Distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado.*
2. *Reconocer la pertenencia o no de todos los elementos a la colección.*
3. *Elegir un primer elemento de la colección.*
4. Enunciar la primera palabra-número (uno).
5. *Determinar un sucesor en el conjunto de elementos no elegidos aún.*
6. Atribuir una palabra-número (la siguiente de la anterior en la serie de palabras número) al sucesor.
7. *Conservar en la memoria las elecciones anteriores.*
8. *(Volver a comenzar en 5) y 6 sincronizándoles.*
9. *Discernir cuando se ha elegido el último elemento.*
10. Enunciar la última palabra-número.
11. Considerar que la última palabra dicha es el cardinal de toda la colección³.

En esta técnica se puede observar que hay subtécnicas que hacen referencia, por un lado, a la estructuración de la colección, es decir, a ordenarla (elegir un primer elemento y su sucesor) y controlarla (conservar en la memoria lo elegido y saber que se ha recorrido toda la colección) y, por otro lado, a la enunciación de las palabras de la cantinela o palabras-número. El primer tipo de subtécnicas son las que están indicadas en cursiva y corresponden a la acción de *enumerar* (Briand, 1993; Ruiz Higuera, 2005). «Enumerar una colección» consiste en pasar revista una sola vez a cada elemento de la misma. Aunque etimológicamente la palabra enumerar se refiere al número, sin embargo, dicha acción no necesita el conocimiento de los números. Entonces, para poder realizar el

³ Se trata del paso de considerar la última palabra-número enunciada como una propiedad del último elemento, a considerarla como una propiedad (el cardinal) de toda la colección.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

conteo de una colección es necesario también ser capaz de *enumerarla* (saber recorrer la colección de forma ordenada y controlada). Así, por tanto, saber recitar bien las palabras-número en el orden adecuado, no es sinónimo de saber contar.

En otras palabras, *el conteo* es un medio para *cardinar*⁴ una colección y para ello hay que poner en correspondencia uno a uno cada objeto de la colección con una y una sola palabra-número, lo que supone dominar la *enumeración*. Además, hay que memorizar la cantinela numérica (uno, dos, tres,...) en el buen orden y tener en cuenta que la última palabra-número enunciada en el conteo designa una propiedad de la colección de objetos (principio cardinal).

Podemos decir también que *el conteo* (Gelman, 1983) es un procedimiento de *cardinación* que utiliza la cantinela siguiendo los cinco principios siguientes:

1. Principio de adecuación única: decir una designación y una sola para cada objeto.
2. Principio de orden estable: la serie de palabras de la cantinela debe ser siempre la misma y dicha siempre en el mismo orden.
3. Principio cardinal: asignar la última palabra pronunciada al número de objetos de la colección.
4. Principio de abstracción: hay que hacer abstracción de la naturaleza de los objetos.
5. Principio de la no pertinencia del orden: el comienzo del conteo con un objeto u otro de la colección no tiene ninguna consecuencia sobre el resultado.

6.- Escritura aditiva con agrupamientos no necesariamente equipotentes que consiste en realizar agrupamientos o paquetes no necesariamente equipotentes y a continuación expresar el número de elementos de la colección mediante la expresión oral o escrita del número de elementos de cada paquete o agrupamiento. Así, por ejemplo, para una colección de 65 elementos, se puede decir que tiene 12 y 9 y 8 y 13 y 7 y 10 y 6 elementos, o también, $12+9+8+13+7+10+6$ elementos.

Esta técnica se utiliza cuando la colección que tenemos que construir o comparar es suficientemente grande, de modo que resulte más económico y fiable realizar agrupamientos. Además esta técnica es la que nos puede permitir, por un lado, que el alumno construya con sentido la noción de agrupamiento de diez o decena y por otro lado, que el alumno inicie la construcción de una técnica de adición. Podemos considerar que hay dos variaciones de la técnica de la “escritura aditiva”:

- *Escritura aditiva con agrupamientos equipotentes* que consiste en realizar agrupamientos equipotentes y expresar el número de elementos de una colección mediante la expresión oral o escrita del número de elementos de cada grupo. Así para una colección de 65 elementos, podremos decir que hay 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 9 y 2 elementos, o también, $9+9+9+9+9+9+9+2$ elementos.
- *Escritura aditiva con agrupamientos equipotentes y el mismo tipo de agrupamiento para todas las colecciones.*

7.- Escritura multiplicativa y aditiva que consiste en realizar agrupamientos equipotentes y luego contar el número de grupos equipotentes y el número de elementos sueltos, de modo que la expresión del número de elementos de la colección va a contener dos tipos de símbolos, uno que indicará el número de agrupamientos y el otro el número de elementos que tiene cada grupo. Así la colección de 65 elementos se puede expresar que tiene 7 grupos de 8 y 9 elementos, o también, de

⁴ *Cardinar una colección* consiste en atribuir a una colección el nombre o la escritura de su cardinal (el número de sus elementos), por cualquier procedimiento.

forma más reducida, 7 de 8 y 9 elementos. Se trata de escribir el número en la forma “ n de b y a ”, donde $b \geq 2$ y n y a números cualesquiera. Esta técnica surge a raíz de uso de la técnica de la *escritura aditiva con agrupamientos equipotentes*, ya que resulta más económico expresar 7 de 8 y 9 que $7+7+7+7+7+7+7+9$. Aquí también podemos considerar dos variaciones:

- *Escritura multiplicativa y aditiva del tipo “ n de b y a ”, donde $b \geq 2$, $a < b$ y n cualquiera.* Donde n indica el número de grupos, b el número de elementos de cada grupo y a el número de elementos sueltos.
- *Escritura multiplicativa y aditiva del tipo “ n de b y a ”, donde $b = 10$, $a < b$ y n cualquiera.*

8.- Escritura posicional en base 10, donde cada uno de los agrupamientos realizados (siempre ya de 10, de 100, de 1000, etc.) viene indicado por las distintas posiciones y las cifras que aparecen en cada una de las posiciones indican la cantidad de dichos agrupamientos. De este modo, una colección de 325 elementos indica que hay 3 grupos de 100, 2 grupos de 10 y 5 elementos sueltos.

3. La enumeración de colecciones: Una noción prenumérica

En referencia a la segunda pregunta que hemos planteado en el apartado 2, sobre si existe algún tipo de situaciones previo a la construcción del número natural en la Educación Infantil, teniendo en cuenta las investigaciones realizadas por Guy Brousseau (1984) y Joël Briand (1993), podemos afirmar que para poder tener un dominio efectivo del *conteo* y de la *cardinación* de los elementos de una colección finita es necesario que los alumnos sepan *enumerar*, es decir, sean capaces de pasar por cada uno de los elementos de dicha colección una y solo una vez. La *enumeración* es la acción que consiste en estructurar una colección para permitir recorrerla de una manera ordenada y controlada.

Se puede observar en alumnos de Educación Infantil que intentan contar los elementos de una colección y no consiguen realizarlo bien porque, aunque saben bien las palabras-número de la cantinela, sin embargo, o no saben elegir bien el siguiente o no conservan en la memoria los elementos ya elegidos. Aquí se puede decir que estos alumnos no saben *enumerar* los elementos de una colección.

Este nuevo saber, la *enumeración*, apenas es reconocido culturalmente y en algunos casos es confundido con el *conteo* o la *cardinación*. Además, como afirma Luisa Ruiz Higuera, el aprendizaje de la *enumeración* no figura explícitamente en el curriculum de la enseñanza elemental:

En el medio escolar la actividad de enumeración está enteramente bajo la responsabilidad del alumno. La enumeración de colecciones no está incluida en los contenidos de los programas escolares ni es señalada como necesaria por los profesores, de tal manera que podemos afirmar que constituye un “punto ciego” en el panorama escolar, ya que no existe explícitamente como objeto de enseñanza. Sin embargo, como se ha puesto de manifiesto en las investigaciones anteriores, las actividades de enumeración deben ser objeto de enseñanza desde la Educación Infantil, antecediendo a las actividades de tipo numérico. (Ruiz-Higuera, 2005, pp. 137-138)

Por tanto, sabiendo que para poder controlar el *conteo* y la *cardinación* se requiere que los alumnos dominen la *enumeración*, e, incluso, que dicho dominio es necesario para la construcción y comprensión de las operaciones aritméticas tanto en la Educación Infantil como posteriormente en la Educación Primaria, debemos buscar cuáles son las situaciones que son específicas de la enumeración y con qué técnicas es posible resolverlas.



3.1. Situaciones de enumeración en las prácticas sociales

Hay situaciones de la vida social en las que se utiliza la *enumeración*, por ejemplo:

- Cuando se realiza un discurso, una comunicación y se dice: “Hay varias razones por las que es necesario el estudio del número y a continuación paso a enumerarlas, una es..., otra..., etc.”
- Cuando se realiza el censo o empadronamiento de la población. En este caso, lo importante es que todos los que habitan en dicho país estén y aparezcan una y solo una vez.
- Cuando tenemos que realizar la compra en un supermercado con una lista de las cosas que queremos comprar.
- Cuando queremos vacunar a los animales de una granja. Aquí lo importante es que cada animal sea vacunado una y solo una vez.
- Cuando queremos buscar cuál es el elemento que falta dentro de una colección dada.

3.2. Técnicas que permiten resolver las situaciones de enumeración

Existen diferentes maneras de resolver situaciones en las que es necesario realizar la enumeración de una colección, es decir, pasar revista a los elementos de dicha colección de modo que hayamos pasado por cada uno de ellos una y solo una vez. En general, *enumerar* una colección consiste en llevar a cabo las siguientes subtécnicas:

1. *Distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado.*
2. *Reconocer la pertenencia o no de todos los elementos a la colección.*
3. *Elegir un primer elemento de la colección.*
4. *Determinar un sucesor en el conjunto de elementos no elegidos aún.*
5. *Conservar en la memoria las elecciones anteriores.*
6. *Volver a comenzar en el paso 4.*
7. *Discernir cuando se ha elegido el último elemento.*

Como ya hemos dicho en el apartado 2.2, *enumerar* forma parte de la técnica de *contar*, es decir, para poder *contar* es necesario saber *enumerar*.

Existen varias maneras de llevar a cabo esta técnica de *enumerar* que dependen de la situación planteada. Por ejemplo, en el caso en que queremos realizar la compra en un supermercado se suele utilizar un lápiz o bolígrafo para ir *marcando o señalando* en nuestra lista lo que acabamos de comprar, de manera que al final tengamos en nuestra cesta todo lo que habíamos previsto. Así, tenemos las siguientes posibles maneras de realizar una *enumeración*:

- La *enumeración instantánea*, que consiste en controlar de modo inmediato la colección y sólo puede utilizarse cuando la colección tiene seis o menos elementos.
- *Marcar o señalar cada uno de los elementos* de la colección a medida que vamos pasando por cada uno de ellos. Para poder utilizar esta técnica necesitamos tener algo para poder marcar o señalar.
- *Alinear* los elementos de la colección y a continuación pasar por cada uno de ellos. Para poder utilizar esta técnica es necesario que los elementos se puedan mover de lugar.
- *Ir separando* los elementos por los que ya hemos pasado de aquellos por los aún no hemos pasado. Aquí también necesitamos que los elementos de la colección se puedan mover de lugar para poder emplear esta técnica.
- *Estructurar mentalmente la colección* para luego ir pasando por cada uno de los elementos de la colección. Esta técnica puede ser utilizada siempre, ya que su uso no depende de cómo

sea o esté colocada la propia colección, pero, sin embargo, es más difícil de utilizar porque depende de la capacidad que el sujeto tenga para estructurar la colección con indicios internos o externos para pasar revista a cada uno de los elementos una y solo una vez.

4. Tipos de situaciones de aprendizaje matemático en la Educación Infantil

Actualmente en la Escuela Infantil existen diferentes situaciones a través de las cuales los alumnos puede aprender matemáticas. Estas situaciones se pueden clasificar según afirman Joel Briand y Marie Hélène Salin (2001) en las categorías siguientes:

- Situaciones funcionales donde la maestra propone a los alumnos que se encarguen por turno de una situación de funcionamiento general de la clase. Ej: la distribución de material, la preparación de juegos, pasar lista,...
- Talleres de juegos de sociedad, de construcción, etc.
- Situaciones de enseñanza, construidas por el maestro para permitir a sus alumnos apropiarse un conocimiento.

Habitualmente, en estos tres tipos de situaciones, el alumno aprende imitando al maestro o a alguien que sabe más que él. Pero pensamos, con J. Briand y M.H. Salin, que esta forma que tiene el alumno de relacionarse con el saber es insuficiente. Esto lleva a considerar esencialmente dos formas de aprendizaje (Briand, Loubet y Salin, 2004):

- Aquellas en las que el aprendizaje se hace por *familiarización*, es decir, el alumno comprende el problema y lleva a cabo la actividad que le muestra o le explica alguien que sabe más, ya sea el maestro u otro alumno. El alumno aprende por *imitación*.
- Aquellas en las que el conocimiento que se busca no lo enseña el maestro de manera directa, sino que puede aparecer progresivamente en el alumno a partir de múltiples modificaciones en las estrategias utilizadas. Este segundo tipo de aprendizaje se denomina *aprendizaje por adaptación al medio*.

La diferencia fundamental entre las situaciones de *aprendizaje por familiarización* y las de *aprendizaje por adaptación al medio* radica en el modo en que los alumnos son conducidos a producir la solución al problema planteado y no en las producciones finales de los alumnos. El aprendizaje del alumno se identifica por los cambios de estrategia que este lleva a cabo a medida que la tarea que tiene que realizar evoluciona. Para enseñar, el maestro debe proponer situaciones en las que el saber que se pretende que el alumno aprenda, constituya la *estrategia óptima*.

Este tipo de situaciones de *aprendizaje por adaptación al medio* que surge dentro del marco de la teoría de las situaciones didácticas (en adelante, TSD) se caracterizan por las siguientes cualidades:

- Son situaciones donde se debe plantear un *tipo de problemas*.
- El alumno dispondrá de una *estrategia inicial* o *estrategia base* para empezar a resolver los problemas del primer tipo.
- Dicha estrategia no debe coincidir con la *estrategia objetivo*, que será la estrategia óptima para resolver el tipo de problemas considerado.
- Los problemas deben presentarse al alumno como un *medio no didáctico*, es decir, el alumno no debe percibir la intencionalidad didáctica de la tarea propuesta.
- El alumno debe disponer de medios para comprobar si la solución o respuesta obtenida es válida o no, es decir, debe disponer de una estrategia que le permita realizar dicho contraste.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

En el lenguaje de la TSD este tipo de tareas matemáticas se llaman “situaciones adidácticas”.

En contraposición, las características principales de una situación de *aprendizaje por familiarización* son las siguientes:

- Se trata de situaciones en las que se solicita explícitamente el propio saber.
- Son situaciones de aplicación de un saber.
- Son necesarias en un momento determinado del aprendizaje para asegurarse de que el alumno ha adquirido el saber que se pide.

Existen también otro tipo de situaciones que son necesarias para la construcción del conocimiento y que se puede decir que son asimilables a las situaciones de familiarización, ya que tienen como característica principal la aplicación de un saber, y son aquellas que se utilizan como situaciones de *control*, de *entrenamiento* y de *refuerzo*.

Para elaborar la propuesta didáctica que queremos llevar a cabo tendremos en cuenta el tipo de situaciones de aprendizaje que propone la TSD y también el modelo general de proceso de estudio o de organización didáctica que propone la TAD. Esta teoría didáctica propone que todo proceso de estudio de un conocimiento matemático debe partir de una *cuestión viva y rica* que llamaremos *cuestión generatriz*. Además, en cualquier proceso de estudio, siempre hay ciertas dimensiones didácticas que deben estar presentes. Estas dimensiones, denominadas *momentos didácticos*, son:

- *El momento del primer encuentro*: en que los alumnos van a encontrarse por primera vez con un tipo de problemas cuya resolución implica precisamente el conocimiento matemático objeto de estudio y que el profesor desea que los alumnos aprendan. En este momento se desarrolla una primera respuesta, provisional, a la *cuestión generatriz*.
- *Momento de la exploración del tipo de problemas y de la elaboración de una técnica asociada*: en el que se estudia el tipo de problemas presentado con el fin de que los alumnos lleguen a construir una técnica de resolución. Así el estudio de ese tipo de problemas es un medio que permite crear y poner a punto una técnica de resolución que más tarde llegará a ser *rutinaria*.
- *Momento de la constitución de un entorno tecnológico-teórico*: esta dimensión del proceso de estudio aparece cuando se describe, explica y justifica la técnica que ha sido construida, lo que permite comprenderla y controlarla.
- *Momento del trabajo de la técnica*: esta dimensión del proceso de estudio es necesaria para conseguir que la técnica ya construida y conocida por los alumnos se desarrolle en sus manos a fin de que estos adquieran un fuerte dominio de la misma y que su uso llegue a ser lo más fiable y eficaz posible. Para ello se propone un corpus de tareas del mismo tipo que van a permitir ejercitarla y probar su alcance o validez.
- *Momento de institucionalización*: es el momento en que se requiere precisar cuáles son los componentes de la actividad matemática vivida que tienen un estatus oficial (distinguiéndolos de aquellos que han jugado únicamente el papel de auxiliares circunstanciales). Además es el momento en el que se realiza una síntesis de lo importante y esencial.
- *Momento de evaluación*: constituye una dimensión esencial de todo proceso de estudio y no debe reducirse ni confundirse con la mera evaluación de los conocimientos de los alumnos. Además de verificar que la relación personal que tienen los alumnos con la noción matemática estudiada es conforme a la relación institucional y pertinente, en el momento de la evaluación deben contrastarse la pertinencia del tipo de problemas estudiados, de las técnicas matemáticas que han aparecido, de la forma de organizar el proceso de estudio y, en definitiva, de las organizaciones matemática y didáctica involucradas.

Basándonos en este modelo pasamos a elaborar la propuesta didáctica que ayude a los alumnos de la Educación Infantil a estudiar y por tanto a utilizar de manera funcional, esto es, con sentido, los primeros números naturales.

5. Propuesta para la enseñanza de la enumeración

Como preparación al estudio de los números naturales deberemos elaborar previamente un proceso de estudio para el aprendizaje de la enumeración.

Empezaremos por plantear una *cuestión generatriz* de un proceso que va a llevar a construir la noción *enumeración*:

“Dada una colección de cajas con tapa vacías y opacas, cómo podemos hacer para meter un objeto pequeño y sólo uno en cada caja”.

Propondremos a los alumnos un *encuentro en situación* con dicha cuestión. Pero la situación, junto a la dificultad de la cuestión correspondiente, dependerá de los “valores” que tomen cada una de las siguientes variables:

- *Tamaño de la colección de cajas.*
- *Disposición de las cajas.*
- *El hecho de que se puedan marcar o no las cajas.*
- *El hecho de que las cajas tengan o no movilidad.*
- *El tipo de espacio donde se lleve a cabo la situación, que puede ser el micro-espacio, el meso-espacio o el macro-espacio⁵.*

Propondremos un proceso de estudio en el que los alumnos, guiados por la *evolución progresiva de la situación* a la que se enfrentan, deberán ir modificando sucesivamente la técnica matemática que utilizan para poder resolver los problemas que van apareciendo. De este modo, pretendemos conseguir que lleguen a utilizar las diferentes técnicas de enumeración.

El primer tipo de problemas a proponer para conseguir el primer encuentro con la cuestión generatriz de la enumeración es el siguiente:

Se dispone de n huchas opacas encima de una mesa y se trata de meter una moneda y solo una en cada hucha. (Las huchas tienen una abertura que permite meter una moneda sin ver lo que hay dentro).

⁵ El *micro-espacio* es el espacio de las interacciones ligadas a la manipulación de pequeños objetos. Es el sector del espacio próximo al sujeto, que contiene objetos accesibles a la visión y a la manipulación. Es el espacio cercano que se puede ver y tocar.

El *meso-espacio* es el espacio de los desplazamientos del sujeto en un dominio controlado por la vista. Aquí los objetos son fijos y miden entre 0,5 y 50 veces el tamaño del sujeto. Es el espacio que contiene un inmueble que puede ser recorrido por un sujeto, tanto por el interior como por el exterior. En este caso la colección a enumerar podrán ser aulas o despachos.

El *macro-espacio* es el espacio de los trayectos por la ciudad. Se pueden considerar tres tipos: El urbano, el rural, el marítimo.

Habitualmente las situaciones que se plantean en Infantil se realizan en el *micro-espacio*, aunque también puede plantearse alguna situación en el *meso-espacio* a alumnos de 5-6 años.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

En este tipo de problemas se trata de que el alumno tenga que pasar una y solo una vez por cada hucha donde:

El tamaño de la colección n es pequeño ($3 \leq n \leq 6$)

Las huchas son movibles

La situación se desarrolla en el micro-espacio

Empezaremos planteando a los alumnos este tipo de problema con n pequeño con el objetivo de que les resulte fácil entrar en el problema y puedan utilizar para resolverlo la técnica de la *enumeración instantánea*.

Una manera de saber que los alumnos han comprendido cuál es problema que tienen que abordar es observar si saben resolverlo, cuando $n \leq 6$, utilizando la *enumeración instantánea* como técnica base o inicial.

El *momento exploratorio* de la noción matemática *enumeración* comienza cuando los alumnos empiezan a resolver este tipo de tareas y si queremos que el alumno indague una nueva técnica y abandone la técnica inicial, aumentaremos el valor de n , ya que si $n > 6$ no es posible utilizar la *enumeración instantánea*.

El objetivo del maestro es conseguir que el alumno deje de utilizar la técnica inicial porque la considere poco económica e ineficaz para resolver las nuevas tareas que se le proponen. En definitiva, se pretende conseguir que sean los alumnos los que decidan usar las técnicas de *alinear* las huchas o de *ir separándolas*.

Para ello, propondremos tareas donde hayamos aumentado el tamaño de n . Esto consiste, en definitiva, en proponer a los alumnos que realicen varias tareas del tipo siguiente:

Se dispone de n huchas opacas (estas huchas tienen una abertura que permite meter una moneda sin ver lo que hay dentro) encima de una mesa y se trata de meter una moneda y solo una en cada hucha.

Este tipo de problemas se caracteriza porque:

El tamaño n de la colección de huchas es mayor de 6

Las huchas son movibles

Las huchas están alineadas en un primer momento para después presentarlas en desorden

La situación se desarrolla en el micro-espacio

Una vez que los alumnos ya conocen las técnicas de *alinear* las huchas y de *ir separándolas*, desarrollaremos el *momento del trabajo de la técnica* proponiendo más tareas del mismo tipo, cambiando el valor n , con el objetivo de que los alumnos lleguen a dominar dichas técnicas.

Igualmente habrá que realizar puestas en común donde los alumnos puedan explicar cómo han resuelto las tareas propuestas. De este modo, conseguiremos que los alumnos puedan vivir los *momentos tecnológico-teórico, de institucionalización y de evaluación*.

Como nuestro propósito es conseguir que los alumnos sean capaces de utilizar las diferentes maneras de realizar una enumeración, para avanzar en el proceso plantearemos nuevas tareas donde el alumno se vea obligado por las condiciones de la tarea, primero a utilizar la técnica de *marcar las cajas* y después a realizar una *estructuración mental de la colección de cajas*.

El tipo de tareas a resolver será:

Se dispone de n cajas grandes de cerillas (estas cajas tienen un orificio que permite meter una cerilla sin ver lo que hay dentro de la hucha) encima de una mesa y se trata de meter una cerilla y solo una en cada caja.

Este tipo de problemas se caracterizará porque:

El tamaño n de la colección de cajas es mayor de 6.

Las huchas no son movibles (para ello podemos presentarlas pegadas todas en una cartulina).

Las huchas están alineadas en un primer momento para después presentarlas en desorden.

La situación se desarrolla en el micro-espacio.

Se dispone de algún elemento que permite marcar las cajas.

Más adelante, si queremos que el alumno necesite utilizar la *estructuración mental de la colección*, debemos proponer el mismo tipo de problema pero donde ya no es posible utilizar ningún elemento que permita *marcar las cajas*.

A lo largo de todo el proceso, una vez que los alumnos ya conocen las diferentes maneras de realizar una *enumeración*, siempre es necesario llevar a cabo el *momento del trabajo de la técnica* proponiendo más tareas del mismo tipo, con el objetivo de que los alumnos lleguen a dominar dichas técnicas. También será necesario intercalar puestas en común con toda la clase donde los alumnos puedan explicar cómo han resuelto las tareas propuestas. De este modo, conseguiremos que los alumnos puedan vivir el *momento tecnológico-teórico*, el de *institucionalización* y el de *evaluación*, donde se expliquen las diferentes técnicas utilizadas, se haga una síntesis haciendo oficial las matemáticas construidas y aprendidas y se evalúe el trabajo realizado.

Con el fin de afianzar las técnicas ya utilizadas se pueden proponer más tareas como:

Se disponen de n cajas buzón (estas cajas tienen un orificio que permite meter una carta sin ver lo que hay dentro del buzón) encima de una mesa y se trata de meter una carta y solo una en cada buzón.

Este tipo de problemas se caracterizará porque:

El tamaño n de la colección de buzones es mayor de 6.

Las buzones están fijos (pegados todos en una cartulina o en una estantería).

Los buzones están alineados en un primer momento para después presentarlos en desorden.

La situación se desarrolla en el micro-espacio primero y después en el meso-espacio (colocando cada buzón en un aula del centro).

Se dispone primero de algún elemento que permite marcar y en un segundo momento no.

También se puede realizar alguna tarea en el meso-espacio, especialmente con los alumnos de último curso de Infantil, como la siguiente:

Disponemos de las n aulas del colegio y hay que llevar una carta a cada aula para informar de un acontecimiento que va a suceder.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

Este tipo de problemas se caracterizará porque:

El tamaño n puede ser primero pequeño ($3 \leq n \leq 6$) y después mayor de 6.

La situación se desarrolla en el meso-espacio.

Se dispone primero de algún elemento que permite marcar y en un segundo momento no.

El desarrollo de estas tareas se propone comenzarlas antes de la enseñanza de los números y después se puede ir intercalando el estudio de la enumeración con las tareas de iniciación a los primeros números.

6. Propuesta para la enseñanza de los primeros números naturales

Las actividades utilizadas para la construcción de este proceso han sido tomadas de los trabajos realizados dentro de la Teoría de Situaciones Didácticas y presentados en los trabajos de Deramecourt, Olejniczak y Martin (1984), Gairin-Calvo (1988), Martin (2003a, 2003b), Briand, Loubet y Salin (2004) y Ruiz-Higueras (2005). Para ello empezaremos por enunciar la cuestión generatriz del proceso:

Cuestión generatriz Q_1 :

“Dada una colección, qué podemos hacer para construir/obtener otra colección que tenga tantos elementos como la primera, en ausencia de ésta.” (Aspecto cardinal 1)

O también:

“Dadas dos colecciones, cómo determinar cuál de las dos tiene más elementos cuando ambas colecciones están alejadas.” (Aspecto cardinal 2)

Cuestión generatriz Q_2 :

“Dada una colección de objetos alineados Se elige un objeto de esa colección. ¿Cómo volver a encontrar o situar dicho objeto en la misma colección, o en una segunda colección ordenada idéntica a la colección de referencia que no se puede ver más?” (Aspecto ordinal)

Propondremos a los alumnos un “encuentro en situación” con dichas cuestiones. Pero la situación, junto a la dificultad de la cuestión correspondiente, dependerá de los “valores” que tomen cada una de las siguientes variables:

Para la cuestión Q_1 :

Tamaño de la colección

Disposición de los elementos

Tipo de comunicación (auto-comunicación, comunicación oral o comunicación escrita)

Tamaño de los números utilizables por el alumno

Número de viajes que se permite realizar para ir de una colección a la otra

La accesibilidad simultánea a las dos colecciones (esta variable sólo puede tomar dos valores)

El hecho de que los objetos de las colecciones tengan o no movilidad (dos valores)

Para la cuestión Q_2 :

Tamaño de la colección

Tipo de comunicación (auto-comunicación, comunicación oral o comunicación escrita)

La accesibilidad simultánea a las dos colecciones (esta variable sólo puede tomar dos valores)

La proximidad o lejanía del objeto señalado de los extremos de la fila

El que los objetos de la colección sean iguales (en tamaño, en color, etc.) o no

El proceso de estudio, que vamos a desarrollar primero, pretende dar una respuesta inicial, general y eficaz a la cuestión generatriz Q_1 y, para ello, adaptaremos a la Educación Infantil el recorrido propuesto para el primer ciclo de la Educación Primaria en Sierra (2006, pp. 268 – 295), tomando las dos primeras etapas:

- *La iniciación al conteo.* En una primera fase del recorrido, propondremos problemas que permitan al alumno iniciar su resolución con una técnica matemática base, sin necesidad de utilizar las palabras-número. Una de estas técnicas iniciales es la de la correspondencia término a término, donde cada objeto de la colección es representado por el símbolo I. Aquí ya tenemos un primer tipo muy rudimentario de Sistema de Numeración, aquél en el que sólo disponemos de un símbolo y con el que podemos representar cualquier número, por ejemplo, el 12 se representa IIIIIIIIII. Al cambiar las características de los problemas matemáticos se empujará a los alumnos a buscar una técnica más eficaz para resolver dichos problemas: aparecerá así la técnica de conteo. Aquí el uso que se hace, tanto en su forma oral como escrita, del número es de una forma global⁶, mediante la designación oral, aunque también se escriban y se lean dichos números. La numeración que se utiliza es la que representa cada número mediante un símbolo distinto, en este caso una designación oral distinta.
- *El paso a los agrupamientos.* En la segunda fase, propondremos problemas donde la técnica de conteo se muestre ineficaz, lo que va a conducir a la utilización de la técnica de la escritura aditiva. El alumno va a disponer de una colección de símbolos para designar los números (aproximadamente hasta el veinte), pero las condiciones de la situación no le van a permitir resolverla sólo con esos símbolos. Por ello, va a ser necesario constituir o realizar agrupamientos, y se podrán utilizar expresiones orales o escritas de tipo aditivo para designar el cardinal de toda la colección considerada. Por ejemplo, para una colección de 46 elementos, como no se dispone más que de símbolos hasta el veinte, la técnica utilizada consistiría en hacer agrupaciones como 9 y 12 y 10 y 7 y 8.

Asimismo elaboraremos un proceso de estudio con el objetivo de dar una respuesta inicial y eficaz a la cuestión generatriz Q_2 . Se pretende conseguir que el alumno utilice el número para determinar la posición de un objeto en una colección organizada en una línea, es decir, que haga uso del número en su aspecto ordinal. El proceso consistirá en:

- *El paso al uso del conteo.* Al principio propondremos problemas que permitan al alumno iniciar su resolución con una técnica matemática base, sin necesidad de utilizar las palabras-número. Estas técnicas iniciales pueden ser: *estimación puramente visual, correspondencia término a término o reconocimiento inmediato de la cantidad.* Al cambiar las características de los problemas matemáticos se provocará que los alumnos busquen una técnica más

⁶ Por ejemplo, el número “doce” es leído globalmente, sin utilizar el hecho de que en la escritura con cifras aparece la noción de agrupamiento de diez en diez. Es decir, el alumno no percibe todavía esta escritura como un grupo de diez y otro de 2 unidades. Además, el alumno también sabe que 12 es el siguiente de 11 y el anterior de 13, pero sin relacionarlo con que 2 es el siguiente de 1 y el anterior de 3.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

eficaz para resolver dichos problemas y así aparecerá la técnica de *conteo* como la óptima para determinar la posición.

Ambos procesos deberán continuarse en la Educación Primaria hasta conseguir la construcción del sistema de numeración posicional decimal y la construcción de las distintas técnicas de cálculo de las operaciones con números naturales, como ya propusimos en (Sierra, 2006).

6.1. Hacia la técnica de conteo en un contexto cardinal

El primer *tipo de tareas* a proponer para conseguir *el primer encuentro* con la cuestión generatriz Q_1 es la siguiente:

Tareas tipo 1.- Disponemos de una colección de n platos y tenemos que conseguir una colección de cucharas para que haya una en cada plato.

Este tipo de tareas consiste en la construcción de una colección equipotente a una dada donde:

*El tamaño de la colección n es pequeño (primero $n \leq 5$ y luego $n \leq 9$).
Ambas colecciones están presentes.
Los objetos son manipulables y materiales.*

Aquí los alumnos podrán utilizar las técnicas matemáticas básicas o iniciales, donde no es necesario utilizar las palabras-número como *la correspondencia término a término*, *la correspondencia grupo a grupo* y *la estimación puramente visual*.

Pensamos que si los alumnos previamente han resuelto situaciones de *enumeración* y dominan las diferentes maneras de resolver dichas situaciones, apenas tendrán dificultades para utilizar las técnicas básicas anteriores. Además si previamente se ha dedicado un tiempo a aprender las palabras-número de la cantinela, los alumnos estarán en condiciones de usar también la técnica de *reconocimiento inmediato de la cantidad* o también llamada técnica de *subitización*, donde sí se utiliza el número, pero sólo para los casos en que $n < 6$.

El momento exploratorio comienza cuando los alumnos se enfrentan y empiezan a resolver las *tareas del tipo 1* propuestas. Aquí también podemos proponer tareas de comparación de colecciones como la siguiente, que suele llamarse “juego de batalla”:

Tareas tipo 2: El juego se desarrolla entre dos. Cada grupo dispone de un juego de cartas como las de la figura 1. Por ejemplo: hay 3 cartas del 1, 3 cartas del 2, y así hasta 3 cartas del 10, en total 30 cartas. Cada jugador recibe un paquete conteniendo el mismo número de cartas (todas colocadas boca-abajo). Los dos jugadores simultáneamente ponen boca arriba la carta superior de su paquete. Si los valores de las dos cartas son diferentes, aquél que ha destapado la carta mayor se lleva las dos cartas. Si los valores son iguales, cada uno debe destapar la carta siguiente de su paquete, y se aplica la misma regla que antes, aquél que destape la carta mayor se lleva todas las cartas destapadas. Gana aquél que haya obtenido más cartas, una vez se hayan terminado los paquetes de cartas tapadas.

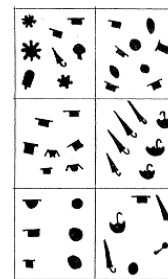


Figura 1. Tipos de cartas del juego de batalla

Este tipo de tareas consiste en la comparación de dos colecciones (primero, las de los elementos que aparecen en las dos cartas destapadas y, al final, las colecciones de cartas obtenidas por cada jugador). En la comparación de las colecciones de elementos que aparecen en las cartas influirá:

- *El tamaño de las colecciones: Si es mayor que 6 ya no se podrá utilizar el reconocimiento inmediato de la cantidad. Además, cuanto mayor sea el tamaño más difícil se hace aplicar la correspondencia término a término y más se imponen los procedimientos donde se utilizan el número.*
- *La presencia o no de escritura del número en las cartas. Si no hay números escritos en las cartas no será necesario reconocer dicha escritura.*
- *La disposición de las colecciones dibujadas en las cartas:*
 - *Una disposición en desorden hace imposible la estimación puramente visual y difícil el conteo.*
 - *Una disposición en línea favorece el conteo.*
 - *Una disposición en paquetes favorece el cálculo (3 y 2, 5, y 2, 7) o la correspondencia paquete a paquete.*
- *La presencia o la ausencia de colecciones dibujadas en las cartas: Si no hay colecciones es necesario empezar por leer los números.*

La gestión de este tipo de tareas pasa por utilizar primero cartas donde:

No haya escrituras del número.

El tamaño de las colecciones de elementos que aparecen en las cartas sea menor que 6.

Las colecciones aparecen dispuestas en orden.

De este modo podemos conseguir que los alumnos comprendan la tarea que tienen que resolver y entren a resolverla utilizando las técnicas iniciales como la *correspondencia término a término*, la *estimación puramente visual* o el *reconocimiento inmediato de la cantidad*.

Posteriormente aumentaremos el tamaño de las colecciones (hasta 10) con el fin de que no sea posible utilizar el *reconocimiento inmediato de la cantidad* y se haga más difícil el uso de la *correspondencia término a término*, y así podemos provocar la necesidad del uso del *conteo*.

Asimismo cambiaremos la disposición de las colecciones dibujadas en las cartas con el fin de que no sea posible la *estimación puramente visual* y se facilite el *conteo*, e incluso con los alumnos mayores se provoque el uso del cálculo de pequeñas cantidades.

Una vez que los alumnos sean capaces de usar la técnica del *conteo*, podemos presentar primero cartas donde aparezcan las colecciones dibujadas y las escrituras de los números correspondientes, para terminar proponiendo el juego con cartas de números escritos. Con esto provocaremos que los alumnos necesiten conocer las escrituras de los números.

Hasta ahora el objetivo del enseñante es conseguir que alumno deje de utilizar las técnicas iniciales o básicas y para ello hay que poner las condiciones para que sea el propio alumno el que las considere poco económicas e ineficaces para resolver las tareas que se le proponen. En definitiva, se pretende conseguir que sean los alumnos los que decidan usar la técnica matemática *el conteo*.

Propondremos también tareas de tipo 1 donde la construcción de la segunda colección se haga en ausencia de la primera e iremos aumentando el tamaño de *n*. Esto consiste, en definitiva, en proponer a los alumnos que realicen varias tareas del tipo siguiente:

Se dispone de una colección de n pinceles y tenemos que ir a buscar al otro rincón de la clase una colección de botes para que haya uno para cada pincel.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

Este tipo de tareas se caracterizará porque:

El tamaño n está: $6 < n \leq 12$.

No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez.

Los objetos son manipulables y movibles.

El número permitido de viajes puede ser primero n , después menor que n , y al final igual a 1

El tipo de comunicación es auto-comunicación

Después de que los alumnos lleven a cabo cada uno estos tipos de tareas, el enseñante debe realizar una puesta en común con todos los alumnos, con el objetivo de que cada alumno explique la técnica o técnicas que han utilizado para resolverlas. Con esta serie de actividades se conseguirá hacer vivir tanto *el momento tecnológico-teórico* como los de *la evaluación e institucionalización*.

En definitiva, se trata de que los alumnos lleguen a la conclusión de que la mejor técnica matemática para resolver tanto las tareas de tipo 1 como las de tipo 2 es *el conteo*.

Otro objetivo de esta primera etapa del proceso de estudio (que puede considerarse como una *tarea didáctica* que debe realizarse para que el proceso de estudio no se estanque) es conseguir que los alumnos afiancen el uso del *conteo*. Para ello, el enseñante propondrá tareas análogas a las anteriores donde el valor del tamaño de las colecciones debe ir cambiando hasta tomar valores en torno a 20, y el número de viajes permitidos tienda a 1.

De este modo, con el objetivo de afianzar y hacer robusta en los alumnos dicha técnica, desarrollaremos el *momento del trabajo de la técnica* proponiendo actividades como las siguientes:

- Tenemos una colección de n bolígrafos y deberemos ir a buscar al otro rincón de la clase una colección de capuchones para que haya uno para cada bolígrafo.
- Tenemos una colección de n pequeños coches y necesitamos ir a buscar al otro rincón de la clase una colección de plazas de aparcamiento de modo que tengamos una para cada coche.



Figura 2. Plazas de aparcamiento y coches

- Tenemos una colección de n plazas libres en un autobús y tenemos que ir a buscar al otro rincón de la clase una colección de viajeros para que todas las plazas libres queden ocupadas.
- Tenemos n zanahorias y queremos saber si tenemos suficientes para que cada uno de los m conejos que tenemos en otra habitación pueda comer una.
- Tenemos n hojas de morera y queremos saber si tendremos suficientes para dar una a cada uno de los m gusanos de seda que nos han regalado y que están dentro de una caja lejos del lugar donde nos encontramos⁷.

Las características de este tipo de tareas serán:

Tamaño: $n < 20$ y $m < 20$

⁷ Queremos destacar la propuesta de organización didáctica tomando como centro de interés los gusanos de seda desarrollada en Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela (2010).

*No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez
Los objetos son manipulables y movibles y posteriormente fijos
La tarea tiene que realizarse mediante un único viaje
El tipo de comunicación es de auto-comunicación al principio, para después proponer la situación como de comunicación escrita y luego como de comunicación oral*

Cuando las tareas anteriores se plantean como situaciones de comunicación, tanto escrita como oral, estas se pueden descomponer en dos tipos de subtareas que pueden ser consideradas “inversas” (Fonseca, 2004) entre sí:

- Dada una colección designar su cardinal y
- Dada la designación del cardinal de una colección construir dicha colección.

Donde el primer tipo de tarea es resuelto por el emisor y el segundo tipo por el receptor, por ello, es conveniente que los alumnos se intercambien los papeles de emisor y receptor.

6.2. El paso al agrupamiento en contexto cardinal

Una vez que todos los alumnos dominan *el conteo*, el objetivo a conseguir consiste en que los alumnos modifiquen y hagan evolucionar dicha técnica hacia *la escritura aditiva*.

Para este *primer encuentro con la escritura aditiva*, el enseñante puede proponer un tipo de tareas donde la comunicación será escrita. Va a dividir la clase en un número par de grupos, donde cada grupo A se empareja con un grupo B. Un grupo hará de emisor y el otro de receptor y luego se intercambiarán los papeles.

Por tanto, ahora el objetivo es conseguir que el alumno construya la técnica de la *escritura aditiva*, es decir, tenga necesidad de realizar agrupamientos para resolver la tarea. Entonces, el enseñante podrá proponer a los alumnos tareas de los dos tipos siguientes:

1º Tipo: Dada una cantidad $n > 9$ de platos, los niños deben pedir (por escrito) a una marioneta que le dé los vasos necesarios para tener tantos como platos. La marioneta no puede hablar, y sólo sabe interpretar mensajes que constituyan números del 1 al 9.

Las tareas de este primer tipo se caracterizan por las siguientes propiedades:

*No se aumenta bruscamente el tamaño de la colección
Se impone la restricción de que sólo se pueden utilizar los números del 1 al 9, debido a la condición de la marioneta
No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez
Hay que producir un mensaje escrito. La comunicación es escrita
No hay disposición especial de los elementos*

2º Tipo: Se divide la clase en un número par de grupos (dos o tres niños por grupo). Cada grupo A se empareja con un grupo B. Cada grupo A dispone de una hoja en la cual hay dibujada una colección de flores sin pétalos (pero con el hueco de los n pétalos indicado). Este grupo debe transmitir al grupo B un mensaje escrito para que traiga justo los n pétalos necesarios para rellenar los huecos, y de este modo todas las flores tengan los pétalos indicados. Para $n > 60$.

Las características de este segundo tipo de tareas son:



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

Tamaño: $60 < n < 80$

No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez

Hay que producir un mensaje escrito e interpretar el mensaje escrito por otros

El tipo de comunicación es de comunicación escrita

La disposición de los elementos induce el tipo de agrupamiento

Al resolver este tipo de tareas los alumnos empiezan a vivir el *momento exploratorio* de la técnica de la *escritura aditiva*. Una vez que ha surgido la técnica *escritura aditiva con agrupamientos no necesariamente equipotentes*, se deben seguir proponiendo tareas matemáticas del tipo anterior, con el fin de que todos los alumnos continúen explorando y familiarizándose con dicha técnica.

La disposición de los objetos de la primera colección también puede inducir a utilizar agrupamientos, por ello, en un primer momento, para conseguir que los alumnos se decidan a hacerlos, se puede optar por colocar en grupos o en paquetes la colección del emisor. Posteriormente, esta disposición debe presentarse de modo que los objetos estén colocados en forma arbitraria, con el fin de que la técnica de la *escritura aditiva* no dependa de la disposición de los objetos de la colección. Al principio, para indicar que la colección tiene 60 objetos, los alumnos dirán por ejemplo, que la colección tiene 8, 9, 10, 7, 12, 5 y 9 elementos, y será el enseñante el que indique que esa escritura a partir de un momento determinado, deberá realizarse en la forma $8 + 9 + 10 + 7 + 12 + 5 + 9$. De este modo, será el enseñante el que realice la institucionalización del uso del signo “+” en dicha representación de los números.

Para afianzar, rutinar y flexibilizar la técnica matemática aditiva, habrá que proponer más tareas del mismo tipo. De este modo, los alumnos vivirán el *momento del trabajo de la técnica* y se conseguirá que la utilización de dicha técnica no dependa de la disposición de los objetos de la colección con tareas como las siguientes:

Tenemos una colección de n platos ubicados espacialmente en forma arbitraria y hay que ir a buscar al otro rincón de la clase una colección de cucharas para que haya una en cada plato. Siendo $n > 60$

Este tipo de tareas se caracterizará por:

El tamaño es grande ($60 < n < 80$)

El tipo de comunicación es auto-comunicación

No hay disposición especial de los elementos

No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez

El número de viajes debe ser menor que n y, al final, igual a 1

Tenemos una colección de n coches y tenemos que mandar un mensaje escrito a un compañero con el fin de que nos reserve una colección de plazas de aparcamiento para que podamos poner un coche en cada plaza. Siendo $n > 70$

Las características de este tipo de tareas serán:

El tamaño es grande ($70 < n < 90$)

El tipo de comunicación es escrita

No hay disposición especial de los elementos

No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez

Tenemos una colección de n conejos y tenemos que mandar un mensaje escrito a un compañero con el fin de que nos traiga una colección de zanahorias para que podamos dar una zanahoria a cada conejo. Siendo $n > 80$.

Este tipo de tareas tiene las características siguientes:

El tamaño es grande ($80 < n < 90$)
El tipo de comunicación es escrit.
No hay disposición especial de los elemento.
No se tiene acceso a las dos colecciones a la vez

Interesa que el alumno domine de manera robusta la técnica aditiva. Siguiendo con el *momento del trabajo de la técnica*, será oportuno proponer tareas de comparación de colecciones a partir de sus escrituras aditivas como las siguientes:

Los alumnos juegan en equipos de dos: el alumno A y el alumno B. El equipo dispone de un dado y A de una colección de 36 fichas azules y B de una colección 36 fichas rojas. Cada alumno del equipo, a su turno, lanza el dado seis veces y cada vez anota el resultado en una hoja. Al final de la partida, cada equipo determina cuál de los dos alumnos ha ganado, escribiendo su nombre en la hoja e indicando porqué ha ganado.

Aquí se pretende que los alumnos comparen colecciones a partir de las *escrituras aditivas* obtenidas por cada alumno, como resultado de haber lanzado el dado seis veces. Por ejemplo: el alumno A puede haber obtenido “6, 4, 5, 3, 2 y 5” y el alumno B “5, 5, 4, 3, 6 y 4”. Después, con el fin de sistematizar esta comparación usando las *escrituras aditivas*, se proponen ejercicios de supuestas partidas de 5 turnos y los alumnos de forma individual deben indicar quién ha ganado.

El siguiente objetivo será conseguir que el alumno empiece a utilizar agrupamientos equipotentes, con el fin de provocar posteriormente que se utilice *la escritura multiplicativa y aditiva*, para que, por último, dicha técnica evolucione hacia la técnica de la escritura posicional decimal. Hay tener presente que para resolver este tipo de tareas no es necesario conocer más allá de los primeros veinte números. Incluso, podemos decir, que es importante que los alumnos no dominen los números mayores de veinte ya que ello favorecerá el uso de la *escritura aditiva*. Una de las ventajas de la *escritura aditiva* es que te permite acceder a expresar números grandes sin necesidad de conocer su escritura en el sistema de numeración posicional. Por ello, nuestro objetivo será utilizar dicha escritura como vía de acceso a la escritura del número en el sistema decimal posicional (Sierra, 2006).

Todo el trabajo que proponemos con las escrituras aditivas puede iniciarse en el último curso de la Educación Infantil y continuarse en el primer ciclo de la Educación Primaria para poder construir con sentido el sistema de numeración decimal posicional.

6.3. Hacia la técnica de conteo en un contexto ordinal

El primer *tipo de tareas* a proponer para conseguir el *primer encuentro* con la cuestión generatriz Q_2 es la siguiente:

Tenemos una colección de n botes boca-abajo, iguales y alineados. Se esconde, delante del grupo de alumnos, un tapón bajo un bote. Se hace salir a uno de los alumnos fuera del aula y a la vuelta debe volver a encontrar en qué bote está escondido el tapón.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

Este tipo de tareas consiste en localizar la posición de un objeto en una colección ordenada de antemano donde:

*El tamaño n de la colección es pequeño ($n < 11$)
Los botes son todos iguales*

El objetivo de esta tarea es que los alumnos puedan entrar en el problema, lo que se puede conseguir proponiendo una tarea que se pueda resolver con alguna de las técnicas iniciales, en este caso, puede ser la *estimación puramente visual* cuando el objeto esté en uno de los extremos o muy cerca, o también el *reconocimiento inmediato de la cantidad* ya que el objeto a localizar como máximo estará a una distancia de 5 de uno de los dos extremos.

En este tipo de situaciones debe ser el profesor quien esconda el objeto, ya que de este modo puede controlar la variable didáctica *proximidad o lejanía del objeto señalado de los extremos de la fila*.

También podemos proponer otro tipo de tareas donde hay dos colecciones alineadas como la siguiente:

Tenemos una colección alineada de n objetos, de tamaños diferentes (pueden ser n cuadrados, n círculos, n animales, etc., que no tienen que estar necesariamente ordenados por el tamaño). Se marca, a la vista del alumno, uno de los objetos con una pegatina que queda tapada. Después se pide señalar el mismo objeto (del mismo tamaño) en una segunda colección idéntica a la primera. El alumno podrá verificar su acción por superposición de los dos objetos.

Este tipo de tareas también consiste en localizar la posición de un objeto en una colección ordenada de antemano donde:

*El tamaño n de la colección es pequeño ($n < 11$)
Las dos colecciones de objetos pueden estar primero cercanas y luego alejadas
Los objetos de ambas colecciones pueden ser, primero de diferente tamaño y después igual tamaño*

Si los objetos de ambas colecciones son de tamaño diferente, cuando el objeto se encuentra colocado hacia el centro de la colección, se puede resolver la situación haciendo un dibujo del objeto y si no es posible dibujar, se puede reconocer el objeto por el tamaño y no es necesario utilizar el número. Además, si las dos colecciones están cerca entonces puede también utilizarse la *correspondencia término a término*. Sin embargo, si los objetos de ambas colecciones alineadas son todos iguales, las colecciones están alejadas y el objeto señalado está hacia el centro será necesario utilizar el número, en este caso, *el reconocimiento inmediato de la cantidad*.

El momento exploratorio empieza a desarrollarse cuando se proponen tipos de tareas, como las siguientes, en las que se han de ir variando sus diferentes parámetros o variables didácticas⁸:

⁸ Las *variables didácticas* son elementos de la situación que puede manipular el profesor con el objetivo de provocar en los alumnos un cambio de estrategia, es decir, son elementos de la situación a disposición del enseñante que le permiten gestionar el aprendizaje del alumno. El aprendizaje lo podemos identificar en los cambios de estrategia que realiza el alumno cuando intenta resolver el problema que se plantea en la situación correspondiente.

- Tenemos una colección de n fichas idénticas alineadas. Se pega una pegatina bajo una de ellas a la vista de todo el grupo de alumnos y se vuelve a colocar la ficha de modo que no se vea la pegatina. Uno de estos alumnos sale de la habitación donde está la colección. Pasados unos minutos debe volver a entrar y señalar cuál es la ficha.
- Se alinean n cartas distintas y se colocan boca-abajo. Se vuelve una carta, por ejemplo el rey de copas, delante del grupo de alumnos. Luego un alumno del grupo se va o cierra los ojos. Durante este tiempo, se coloca de nuevo el rey de copas en su sitio. Cuando el alumno vuelve o abre los ojos, debe volver a encontrar el rey de copas en la serie de cartas colocadas boca-abajo.
- Tenemos una colección de n cajas iguales alineadas y dentro de cada caja hay un objeto diferente. Se pide construir otra colección análoga a la anterior con el mismo tipo de objetos.

Las características de este tipo de tareas son:

El número n de objetos alineados es ($15 \leq n \leq 30$).

Los objetos de las colecciones son todos iguales.

Los dos colecciones de objetos alineados pueden estar primero cercanas y después alejadas.

La elección del motivo puede dejarse primero al alumno y después al profesor.

El tipo de comunicación: primero auto-comunicación, después comunicación escrita y luego comunicación oral.

En este tipo de situaciones cuando hay dos colecciones y están cerca se puede utilizar la *correspondencia término a término*. Sin embargo, si están alejadas y el objeto señalado está hacia el centro se hace más necesario utilizar el *conteo*.

Cuando la situación se lleva a cabo mediante la *auto-comunicación*, en el caso de que el objeto esté hacia el centro, el alumno puede contar y guardar en la memoria el número de la posición del objeto, pero también puede utilizar una cantinela personal y estable como “uno, tres, cinco, siete, seis, ocho” para localizar la posición del objeto, y luego guardar en la memoria el *ocho*, después al volver a la misma colección o a la colección modelo puede usar la misma cantinela anterior y señalar o colocar el objeto correspondiente. Sin embargo, si el tipo de *comunicación es oral* la técnica personal anterior no funcionará y será necesario que el alumno cuente y utilice el número como memoria de la posición del objeto.

Si la *comunicación es escrita*, se puede utilizar el *conteo* y luego usar el número como memoria de la posición, pero también puede dibujarse el tren modelo y señalar el objeto que hay que colocar. De ahí la importancia de que se plantee la situación cambiando el tipo de comunicación.

También es necesario que sea el enseñante el que elija el primer objeto que hay que localizar cuando hay una sola colección, o el primer objeto que hay que colocar en la colección modelo cuando hay dos colecciones, de modo que eligiendo un objeto del centro se pueda provocar que el alumno necesite utilizar el *conteo*. Si se deja que sea el alumno el que elija el primer objeto a localizar, es muy probable que se decida por uno de los extremos y para ello no es necesario el uso del *conteo*.

Estos tipos de situaciones cuando se plantean como situaciones de comunicación, tanto escrita como oral, se pueden descomponer en dos tipos de subtareas que pueden ser consideradas “inversas” entre sí:

- Saber encontrar la posición de un objeto en una serie. Se da el objeto y se debe encontrar su posición.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

- Saber situar el objeto cuya posición se ha dado en la serie. Se da la posición y se debe encontrar el objeto.

Donde el primer tipo de subtarea es resuelto por el emisor y el segundo tipo por el receptor, por ello, es conveniente que los alumnos se intercambien los papeles de emisor y receptor.

Una vez que los alumnos lleven a cabo cada uno estos tipos de tareas, el enseñante siempre debe realizar una puesta en común con todos los alumnos, con el objetivo de que cada alumno explique la técnica o técnicas que ha utilizado. Así podremos conseguir hacer vivir tanto el *momento tecnológico-teórico* como los de la *evaluación e institucionalización*.

Otro objetivo de esta etapa del proceso de estudio es conseguir que los alumnos afiancen el uso del *conteo* en tipos de problemas en contexto ordinal. Por tanto, para conseguir que los alumnos lleguen a tener un dominio robusto del uso del número como memoria de la posición, desarrollaremos el *momento del trabajo de la técnica* proponiendo actividades como las siguientes:

- Un tren está parado con n vagones. Se esconde una canica en un vagón a la vista del grupo de alumnos. El tren con todos los vagones va a dar una vuelta y se le pierde de vista. Uno de los alumnos cuando el tren vuelve debe decir en qué vagón está la canica.
- Se esconden objetos distintos en n cajas alineadas idénticas. Se abre una caja y se muestra el objeto que está dentro al grupo de alumnos. Después se cierra la caja y uno de los alumnos va a darse una vuelta. Cuando regrese debe intentar encontrar la caja donde está el objeto mostrado.
- Tenemos un tren con n vagones decorados con motivos. Es el tren de referencia (figura 3). En un lugar alejado se dispone de los mismos motivos y de un tren que tiene el mismo número de vagones, pero no decorados (figura 4). El juego consiste en tomar un motivo, ver dónde se encuentra en el tren de referencia y, a continuación, colocar dicho motivo en el tren que hay que decorar, luego se continúa con un segundo motivo, y así hasta construir un tren decorado como el de referencia. Una vez se ha decidido que ya se ha terminado, se pueden colocar los dos trenes el uno junto al otro y validar.

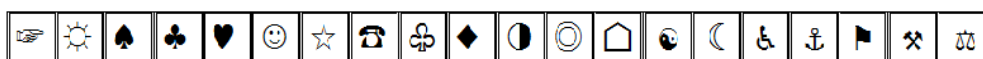


Figura 3. Ejemplo de tren con motivos decorados



Figura 4. Ejemplo de tren que debe decorar el alumno

Este tipo de tareas se caracteriza porque:

El número n de objetos alineados es ($15 \leq n \leq 30$)

Los dos colecciones de objetos alineados pueden estar primero cercanas y después alejadas

La elección del motivo puede dejarse primero al alumno y después al profesor

El tipo de comunicación: primero auto-comunicación, después comunicación escrita y luego comunicación oral

Además del estudio propuesto sobre el uso del número en su aspecto ordinal será necesario el aprendizaje de las diferentes palabras (*primero, segundo, tercero*, etc.) que se utilizan para determinar la posición de un elemento en una colección alineada. También proponemos la utilización de juegos

que se desarrollan en un contexto ordinal, como “el juego de la oca” o “el juego del parchís”, donde se trata de avanzar o retroceder en una pista ordenada y de llegar a una determinada posición.

El objetivo de toda la propuesta que hemos realizado es permitir que los alumnos puedan encontrar la *razón de ser* del número y la numeración tanto en sus aspectos cardinal como ordinal. Es decir, que los alumnos descubran cuáles son las cuestiones a las que responde el uso de los primeros números naturales. A lo largo de todo este trabajo nos hemos dedicado a proponer situaciones de *aprendizaje por adaptación al medio*, porque habitualmente en los textos escolares son bastantes escasas. Pero, también creemos que es necesario plantear situaciones de *familiarización*, de *control*, de *refuerzo* o de *aplicación* en el aula de infantil (situaciones que actualmente tienen mayor presencia en los textos escolares), sobre todo cuando queremos evaluar el dominio que tienen los alumnos de una técnica determinada o cuando se propone a los alumnos que se ejerciten en la práctica de una técnica, etc. En todo caso, este tipo de situaciones deben plantearse después de que haya surgido la técnica en cuestión como una buena herramienta para resolver un determinado tipo de problemas.

6.4. Otras actividades complementarias

Existen otro tipo de actividades que pueden ayudar a que los alumnos de la escuela Infantil construyan con sentido el número y la numeración, y que pueden complementar el trabajo propuesto en los apartados anteriores. Explicaremos brevemente algunas de ellas.

- *Las cantinelas*: Una actividad que ayudará a que los alumnos sean capaces de utilizar bien el conteo será el aprendizaje de *cantinelas*, es decir, canciones donde aparecen las palabras-número. Para ello, se puede aprovechar el momento de las actividades musicales.
- *La escritura de las cifras o símbolos de los números*: Consideramos que una vez que el número ha surgido como una buena herramienta para resolver un determinado tipo de problemas, es necesario dedicar un tiempo a la *práctica de escribir los símbolos o cifras* que se utilizan para representar los números con el objetivo de que los alumnos lleguen a ser buenos escritores de dichos símbolos. Esto permitirá que cuando un alumno necesite comunicar por escrito un determinado número pueda ser entendido por los demás.

Siguiendo con el aprendizaje de la escritura de los números hay dos actividades que pueden ser de gran ayuda para los alumnos:

1. *La banda numérica*: Según se afirma en Ermel (1990, pp. 164-165) el trabajo con las bandas numéricas con alumnos de 5 años tiene varios objetivos:
 - Que el alumno disponga de un instrumento que le permite leer y escribir números que aún no conoce bien su escritura con cifras.
 - Que el alumno comience a imaginar que la serie de números se puede prolongar tanto como se quiera y que, en cualquier caso, nunca se acaba en el último número que conocemos.
 - Que el alumno pueda construirse una buena imagen mental de la serie escrita de números, de su organización y de sus regularidades, que le va a permitir relacionar unos con otros.
 - Permitir que el alumno pueda saber lo que sabe, es decir, visualizar su conocimiento de la serie numérica y la evolución de dicho conocimiento.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

Figura 5. Ejemplo de banda numérica



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

Cada alumno debe construir su propia banda y, por otro lado, el enseñante debe tener una banda expuesta en la clase para que todos los alumnos puedan verla. Las bandas de los alumnos se pueden realizar en papel o cartulina flexible de modo que a medida que vaya aumentando se la pueda ir plegando o enroscando. Las bandas pueden irse prolongando a medida que vayan aumentando tanto las necesidades como las capacidades de los alumnos.

2. *El cuaderno o diccionario de los números:* Una vez que han aparecido las escrituras de los primeros números se puede iniciar esta actividad. Para ello dejamos libre la primera página de la derecha del cuaderno para decorar. En la primera página de la izquierda es donde vamos a empezar a ir escribiendo los números en orden dejando un espacio de dos o tres líneas libres entre cada número. En ese espacio que dejamos se podrá escribir dicho número varias veces con cifras y con letras. Luego, podremos ir añadiendo escrituras que vayan apareciendo como, por ejemplo, escrituras aditivas del mismo número. Más adelante, esta actividad se puede prolongar al primer ciclo de la Educación Primaria y, en este caso, pondríamos los números del 0 al 9 en la primera página de la izquierda, del 10 al 19 en la segunda página de la izquierda, etc., y las páginas de la derecha las utilizaremos para escribir en la fila correspondiente las diferentes escrituras que vayan apareciendo del número al que corresponde esa fila.

7. Conclusiones

En el proceso didáctico diseñado hemos tratado en primer lugar el aspecto cardinal y a continuación el aspecto ordinal del número. Tenemos que señalar que esta estructura ha estado motivada únicamente por la necesidad de simplificar la presentación de este trabajo. Proponemos, sin embargo, que cuando haya que llevar a la práctica en el aula la organización didáctica descrita, se deberían intercalar los tipos de problemas de ambos contextos.

La propuesta que hemos diseñado pretende presentar el estudio de los números como el estudio de un conocimiento matemático u organización matemática en la que tienen la misma importancia los tipos de problemas, las técnicas que permiten resolverlos así como las explicaciones y justificaciones que hacen comprensible dichas técnicas. De este modo, pretendemos conseguir un aprendizaje funcional de manera que los números surjan como respuesta a cuestiones y, en consecuencia a los tipos problemas en que se traducen dichas cuestiones. Así evitaremos caer en lo que Yves Chevallard ha llamado el fenómeno del *monumentalismo* que consiste en presentar los conocimientos matemáticos como si se tratase de “monumentos” históricos de visita obligada pero de los que no se sabe ni a qué cuestiones responden ni cuál es su función (Chevallard, 2004).

Hemos evitado realizar lo que se hace habitualmente en los textos escolares de Educación Infantil que consiste en una presentación atomizada del número, mostrando los números de forma separada, como por ejemplo, en Alberola, Ayuso, Carril y Gómez (2000) se presenta: “El número 1. Cantidad, grafía”, “El número 2. Cantidad, grafía.”, etc. También en Fuentes y Pinar (2005) se dedican varias fichas a presentar el número 1 donde se pide “colorear las cestas donde hay 1 elemento”, “colorear los personajes que llevan una flor”, “repasar y escribir el 1 varias veces” y este proceso se repite para el 2, para el 3, etc. En general, en estos libros de texto se muestran los números bajo su forma definitiva, es decir, primero se presentan el número mediante su escritura definitiva y después se realizan ejercicios de aplicación, de manera que el alumno para responder ya sabe de antemano que la respuesta debe ser alguno de los números que han aparecido previamente. Por tanto, los números no surgen como respuesta a cuestiones, el alumno utiliza el número porque se indica previamente que hay que utilizarlo y no porque ha experimentado la necesidad de emplearlo para obtener un cierto resultado. Además, al presentar los números bajo su escritura definitiva la mayor parte de los alumnos acaban identificando el número con su escritura.

Por ello, nuestra propuesta presenta el estudio del número de forma global, donde el conocimiento de los números, es decir, las distintas técnicas, primero no numéricas y luego numéricas, va a ir surgiendo como la mejor respuesta a los tipos de problemas planteados, así las técnicas irán evolucionando hacia técnicas más eficaces a medida que permiten resolver problemas más complejos. La gestión de la complejidad de los tipos de problemas la hemos llevado a cabo mediante las *variables didácticas*, que como ya hemos dicho, son la herramienta con la que el enseñante puede provocar que la técnica, que utilizaba hasta ahora el alumno, deje de ser eficaz y le obligue a buscar una nueva técnica más eficiente.

Para finalizar queremos subrayar que en este trabajo nos hemos limitado a presentar un proceso de estudio para que los alumnos puedan dar sentido a los primeros números en sus aspectos cardinal y ordinal. Queda pendiente la propuesta de otro proceso de estudio, que debería diseñarse de forma que desarrolle y complete el que hemos presentado aquí, que ayude a construir el número para calcular o para anticipar resultados y que igualmente deberá continuarse en la Educación Primaria.

Bibliografía

- Alberola, N., Ayuso, E., Carril, I y Gómez, R. (2000). *Iniciación a las matemáticas. Jugar y pensar, Nivel 1,2 y 3*. Zaragoza: Edelvives.
- Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en educación infantil*. Jaén: Enfoques Educativos, S.L.
- Bosch, M. y Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la Formación del Profesorado de Secundaria. En M. L. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XIII*, 89-113. Santander: SEIEM.
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections: un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Tesis doctoral, Université de Bordeaux I, Burdeos, Francia. Recuperado el 23 de abril de 2012 de <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/49/46/23/PDF/TheseJBriand.pdf>
- Briand, J. y Salin, M.H. (2001). Diffusion des résultats de la recherche sur l'enseignement des mathématiques vers la formation des enseignants. En *ACTES XXVIIIème Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*. Tours : IREM d'Orléans-Tours COPIRELEM. Recuperado el 29 de abril de 2012 de <http://www.arpeme.fr/documents/6956B50DB24D474F1693.pdf>
- Briand, J., Loubet, M. y Salin, M.H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle [Cédérom]*. Paris : Hatier.
- Brousseau, G. (1984). *L'enseignement de l'énumération : étude de deux problèmes pratiques et fondamentaux dans le cadre de la théorie des situations et du contrat didactique*. COREM. Conférence au Congrès ICME 1984 (Adélaïde). Recuperado el 23 de abril de 2012 de <http://guy-brousseau.com/2297/1%E2%80%99enseignement-de-1%E2%80%99enumeration-1984/>
- Brousseau, G. (2000). Educación y Didáctica de las matemáticas. *Educación matemática*, 12 (1), 5-39.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Editorial Zorzal.
- Chevallard, Y. (2004b). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Recuperado el 23 de mayo de 2012 de http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/form_formateur/documents/YC0906.pdf
- Chevallard, Y, Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE de Barcelona- Horsori.
- Ermel (1990). *Apprentissages numériques (Grande section de maternelle)*. Paris: Hatier.
- Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. Tesis doctoral. Vigo: Universidad de Vigo.
- Fuentes, M. y Pinar, A. (2005). *Mira como miro. Números y operaciones 1*. Madrid: Anaya.



Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil

T. A. Sierra Delgado, E. Rodríguez Quintana

- Gairin-Calvo, S. (1988). *Les nombres au CP. Avec ou sans logiciel*. Burdeos: IREM de Burdeos. Universidad de Burdeos I.
- Gelman, R. (1983). *Les Bébé et le calcul. La Recherche*, 149 (14), 1382-1389.
- Martin, F. (2003a). *Apprentissages mathématiques: jeux en maternelle. Livre du maître*. Burdeos: CRDP d'Aquitaine.
- Martin, F. (2003b). *Apprentissages mathématiques: jeux en maternelle. Fichier d'illustrations*. Burdeos: CRDP d'Aquitaine.
- MEC (2007). Orden ECI/3960/2007, por la que se establece el curriculum y se regula la ordenación de la educación infantil. BOE (19 de diciembre). Recuperado el 21 de mayo de 2012 de <http://www.boe.es/boe/dias/2008/01/05/pdfs/A01016-01036.pdf>
- Ruiz-Higueras, L. (2005). La construcción de los primeros conocimientos numéricos. En Chamorro, M.C. (Ed.). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. (pp. 181, 219). Madrid: Pearson Educación.
- Sierra, T.A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Madrid. Recuperado el 23 de abril de 2012 de <http://www.ucm.es/BUCM/tesis/edu/ucm-t%2029075.pdf>
- Sierra, T. A., Bosch, M. y Gascón, J. (2011). La formación matemático-didáctica del maestro de Educación Infantil: el caso de «cómo enseñar a contar». *Revista de Educación*, 357, 231-256.

Tomás Ángel Sierra Delgado. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid (UCM). Doctor en Didáctica de las Matemáticas por la UCM. Ha impartido numerosos cursos de formación inicial y permanente sobre la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. Pertenece al Grupo de investigación en Teoría Antropológica de lo Didáctico: <http://www.atd-tad.org/>
Email: tomass@edu.ucm.es

Esther Rodríguez Quintana. Maestra de Educación Infantil y Psicopedagoga, trabaja en el Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación de la Universidad Complutense de Madrid, formando, entre otros, a maestros y psicopedagogos. Pertenece al grupo de investigación en Teoría Antropológica de lo Didáctico: <http://www.atd-tad.org>
Email: estherrq@edu.ucm.es