

Procedimientos de cálculo para situaciones aditivas

Profundizando en el trabajo de las técnicas.

Problematización

$$46 - 3$$

$$80 - 70$$

$$12 - 11$$

$$46 - 38$$

$$80 - 20$$

$$46 - 30$$

$$46 - 32$$

$$80 - 47$$

$$7 - 1$$

$$47 - 7$$

$$50 - 3$$

$$78 - 76$$

$$82 - 3$$

$$81 - 79$$

¿ En qué orden incluiría los siguientes cálculos en una secuencia de tres clases, para su estudio?

Las condiciones que determinan el sentido de un determinado cálculo son la relación entre los números y el ámbito numérico



En un proceso de enseñanza, el primer procedimiento que se surge en la dimensión de las técnicas y procedimientos de cálculo es el Sobreconteo y Desconteo. Esta técnica consiste en “seguir contando” desde un determinado número.

Problemas aditivos de composición y cambio asociados a las acciones de: agregar – quitar y de juntar-separar respectivamente

Casos:

1.- Sobreconteo donde el segundo sumando es 1

$9+1$, $25+1$, $13+1$

2.- Sobreconteo donde el segundo sumando menor que 10

- $13+2$

- $26+3$

- $57+2$

3.- Sobreconteo cambiando de decena

- $27+4$

- $58+6$

4.- Uso de la técnica del sobreconteo a partir del sustraendo hasta llegar al minuendo

- 50-47
- 20-18
- 70-67
- 765-759
- 2001- 1999

5.- Ambos sumandos terminan en 0 (se basa en el dominio de la secuencia numérica)

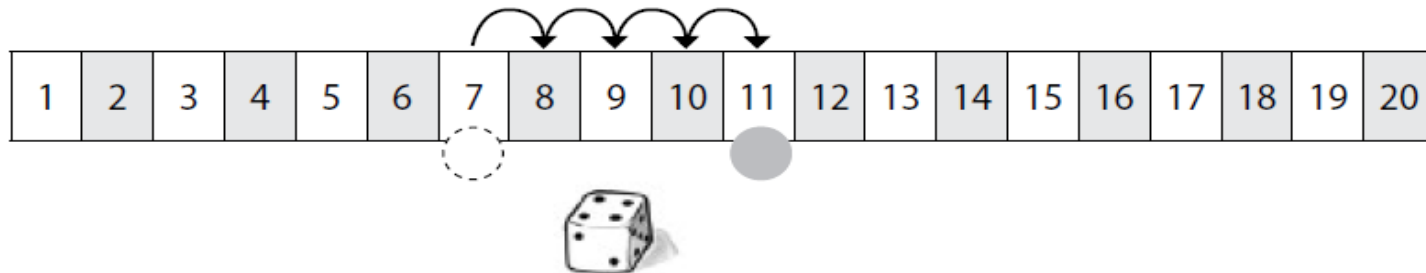
- $90+40$
- $70+30$

6.- El segundo sumando termina en 0 (se basa en el dominio de la secuencia numérica)

- $56+20$
- $98+30$

Lucía , profesora de primero básico, coloca en la pizarra una cinta numerada hasta 20. Se avanzará o retrocederá en la cinta, tantos lugares como indique un dado que será lanzado.

Ejemplo

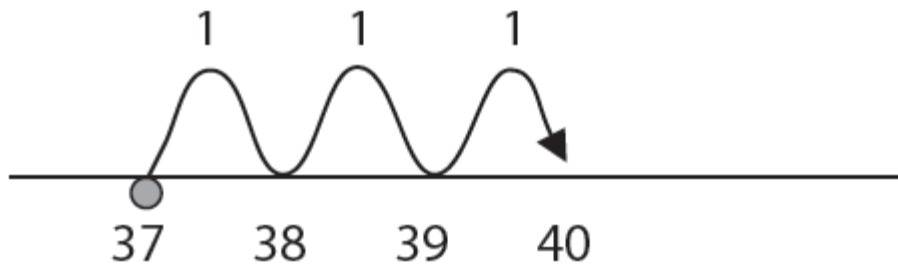


La técnica del Sobreconteo puede encontrar un soporte en la cinta numerada, vinculada a problemas de avanzar y retroceder

Esta técnica se sustenta en la reversibilidad entre las operaciones de adición y sustracción

$$40 - 37 =$$

$$40 - 37 = \square \Leftrightarrow 37 + \square = 40$$



Luego, los procedimientos evolucionan, emergiendo la
Composición y Descomposición Canónica

Composición y Descomposición Canónica de un
número(factible de abordar el cálculo mental):

$$60+8$$

$$90+3$$

$$80+5$$

Descomposición canónica para el cálculo de adiciones sustracciones

$$46 + 30 = 40 + 6 + 30$$

$$40 + 30 + 6 = 70 + 6$$

$$70 + 6 = 76$$

A un número de dos cifras le sumo un múltiplo de 10

$$46 + 30 = 46 + 30$$

40 y 6 + 30

The diagram shows the number 46 being decomposed into 40 and 6. A vertical arrow points from 46 down to 40. A diagonal arrow points from 46 down and to the right to 6. The number 30 is added to 6, resulting in 6 + 30.

70 y 6 = 70 + 6 = 76

The diagram shows the final step of the calculation. A vertical arrow points from 40 down to 70. A diagonal arrow points from 6 + 30 down and to the left to 70. The final result is 70 + 6 = 76.

1º Técnica: Descomposición canónica de ambos sumandos

$$42 + 37 = 40 + 2 + 30 + 7$$

$$40 + 30 + 7 + 2 = 70 + 7 + 2$$

$$70 + 7 + 2 = 70 + 9$$

$$70 + 9 = 79$$

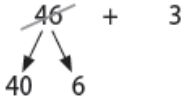
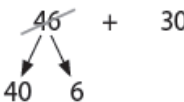
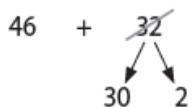
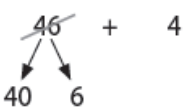
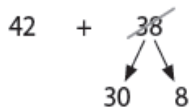
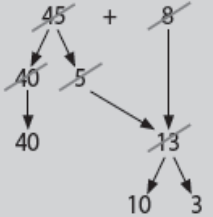
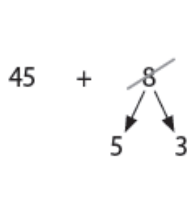
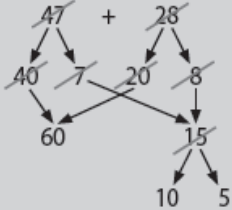
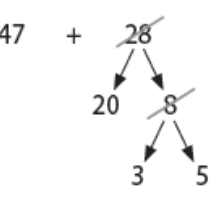
2º técnica: Descomposición canónica de uno de los sumandos

$$42 + 37 = 42 + 30 + 7 = 72 + 7 = 79$$

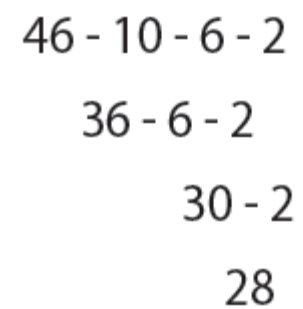
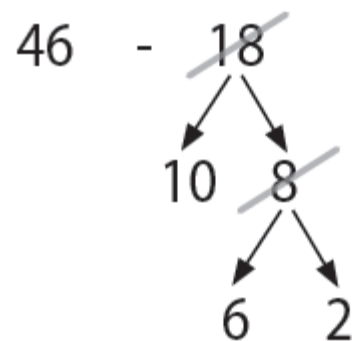
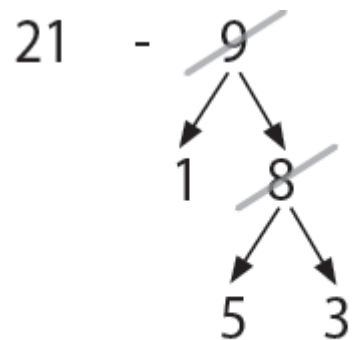
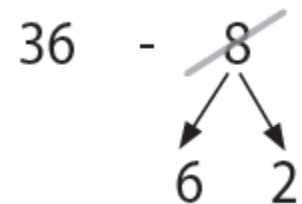
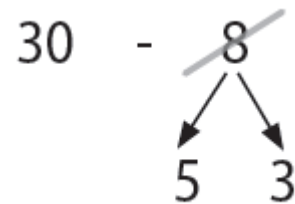
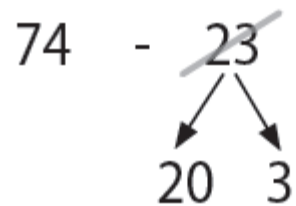
3º técnica: escritura de árbol:

$$\begin{array}{c} 42 + 37 \\ \swarrow \searrow \\ 30 \quad 7 \end{array}$$

Se descompone 37 y luego se calcula $42 + 30$, obteniendo 72, luego a 72 se le suma 7 obteniendo 79

Casos	Técnica 1 Descomposición canónica de uno o los dos sumandos	Escritura de árbol	Técnica 2 Descomposición canónica y aditiva de sólo uno de los sumandos	Escritura de árbol
46 + 3	$46 + 3 = 40 + 6 + 3 = 40 + 9 = 49$		La misma técnica	
46 + 30	$46 + 30 = 40 + 6 + 30 = 40 + 30 + 6 = 70 + 6 = 76$		La misma técnica	
46 + 32	$46 + 32 = 40 + 6 + 30 + 2 = 40 + 30 + 6 + 2 = 70 + 8 = 78$		$46 + 30 + 2 = 76 + 2 = 78$	
46 + 4	$46 + 4 = 40 + 6 + 4 = 40 + 10 = 50$		La misma técnica	
42 + 38	$42 + 38 = 40 + 2 + 30 + 8 = 40 + 30 + 2 + 8 = 70 + 10 = 80$		$42 + 30 + 8 = 72 + 8 = 80$	
45 + 8	$45 + 8 = 40 + 5 + 8 = 40 + 13 = 40 + 10 + 3 = 50 + 3 = 53$		$45 + 8 = 45 + 5 + 3 = 50 + 3 = 53$	
47 + 28	$47 + 28 = 40 + 7 + 20 + 8 = 40 + 20 + 7 + 8 = 60 + 15 = 60 + 10 + 5 = 70 + 5 = 75$		$47 + 20 + 8 = 47 + 20 + 3 + 5$ $67 + 3 + 5 = 70 + 5 = 75$	

Escritura de árbol



Técnicas específicas asociadas a la sustracción

Caso 1: El minuendo tiene dos, tres o cuatro ceros (o más)

Aquí la idea es transformar esta resta, en una operación sin reserva. El foco es el minuendo. En este caso particular se resta 1 tanto al minuendo como al sustraendo. Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 600 \\ - 349 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 89 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10.000 \\ - 9987 \\ \hline \end{array}$$

caso 2 : Un resta con reserva con dos
dígitos

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 36 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} (83 + 4) \\ - (36 + 4) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 87 \\ - 40 \\ \hline 47 \end{array}$$

Esquemáticamente



Cierre: Descomposición Canónica y Aditiva

- Para sumar dos números de dos cifras, se descompone cada uno en forma canónica; luego se suman los múltiplos de 10 y los números de una cifra. Esta manera de realizar los cálculos es posible por la propiedad asociativa y conmutativa de la adición.
- La propiedad asociativa permite agrupar los sumandos de diferentes maneras.
- La propiedad conmutativa permite cambiar el orden de los sumandos

- Para sumar un número de dos cifras con uno de una cifra “con reserva”, se descompone aditivamente el número de una cifra de tal forma que uno de los sumandos complete diez con las unidades del otro número. Luego, se suma el número de dos cifras con el de una cifra que completan un múltiplo de diez. Luego, a este resultado se suma el otro número de una cifra.
- Para sumar dos números de dos cifras “con reserva” se descompone en forma canónica un sumando. Luego, el número de una cifra que se obtiene, se descompone de tal forma que uno de los sumandos sume 10 con las unidades del sumando mayor. Se procede a realizar los siguientes cálculos:
 - Se suma el sumando mayor con el múltiplo de 10.
 - A este resultado se suma el número de una cifra que suma 10 con las unidades del otro número.
 - A este resultado se suma el otro número de una cifra que queda.

- Para *restar dos números de dos cifras en que las unidades del minuendo son mayores que las del sustraendo*, se descompone en forma canónica el sustraendo. Luego al número de dos cifras se resta el múltiplo de 10 y, finalmente, a este resultado se resta el número de una cifra.
- Para restar a un número de dos cifras un número de una cifra mayor que las unidades del minuendo, descompone aditivamente el número de una cifra de tal forma que uno de los sumandos sea el mismo que las unidades del minuendo. Luego, al número de dos cifras se resta el número que tiene las mismas unidades, y luego a este resultado se resta el otro número.
- Para sumar dos números de dos cifras en que la suma de las unidades de ambos es menor que 10, se descompone en forma canónica uno de los sumandos y luego se suma el número de dos cifras al múltiplo de 10 y luego el número de una cifra.

Acercándonos al algoritmo convencional

Matías tenía \$435. Su mamá le regaló \$240. ¿Cuánto dinero tiene ahora Matías?

$$\begin{array}{r} 435 = 400 + 30 + 5 \\ +240 = 200 + 40 \\ \hline \mathbf{675} = 600 + 70 + 5 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 435 \\ + 240 \\ \hline 5 \\ + 70 \\ \hline 600 \\ \hline \mathbf{675} \end{array}$$

Rocío tenía ahorrado \$ 485. Gastó 240 en un jugo para su colación. ¿Cuánto dinero tiene ahora?

$$\begin{array}{r} 485 = 400 + 80 + 5 \\ -240 = 200 + 40 \\ \hline 245 = 200 + 40 + 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 485 \\ - 240 \\ \hline 5 \\ + 40 \\ \hline 200 \\ \hline \mathbf{245} \end{array}$$

Para realizar sumas y restas de dos o más números de tres cifras se realizan las sumas parciales, de múltiplos de 100, múltiplos de 10 y de números de una cifra, para luego sumar todos los resultados.

Primer caso: suma con sólo una reserva.

$$\begin{array}{r} 435 \\ + 248 \\ \hline 13 \\ + 70 \\ \hline 600 \\ \hline 683 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 10 \\ 435 \\ + 248 \\ \hline 3 \\ + 70 \\ \hline 600 \\ \hline 683 \end{array}$$

Segundo caso: suma con dos reservas.

$$\begin{array}{r} 475 \\ + 288 \\ \hline 13 \\ + 150 \\ \hline 600 \\ \hline 763 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 100 \\ 10 \\ 475 \\ + 288 \\ \hline 3 \\ + 50 \\ \hline 700 \\ \hline 763 \end{array}$$

Tercer caso: suma con tres reservas.

The diagram illustrates the decomposition of a sum into three reserves. On the left, a vertical addition shows 475 plus 988 equals 13, then 13 plus 150 equals 1.300, and finally 1.300 plus 100 equals 1.400. An arrow points to the right, where a larger box shows the same sum decomposed into three reserves: 1.000, 100, and 10. The sum is calculated as 1.000 plus 100 plus 10 equals 1.110, then 1.110 plus 475 equals 1.585, then 1.585 plus 988 equals 2.573, then 2.573 plus 3 equals 2.583, then 2.583 plus 50 equals 2.633, and finally 2.633 plus 300 equals 2.933. The final result is 1.463.

$$\begin{array}{r} 475 \\ + 988 \\ \hline 13 \\ + 150 \\ \hline 1.300 \\ + 100 \\ \hline 1.400 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1.000 \\ 100 \\ 10 \\ 475 \\ + 988 \\ \hline 3 \\ + 50 \\ \hline 300 \\ \hline 1.463 \end{array}$$

Cuarta caso: resta sin reserva.

$$\begin{array}{r} 876 \\ - 342 \\ \hline 4 \\ + 30 \\ \hline 500 \\ \hline 534 \end{array}$$

En la escritura encolumnada de cálculos de sumas, es conveniente descomponer los números que se obtienen en las sumas parciales. Los múltiplos de 10 o de 100 que resultan se deben considerar para la obtención del resultado final. Estos múltiplos de 10 y de 100, son los números que en el algoritmo tradicional posteriormente se llamará “las reservas”

Quinto caso : Resta con reserva

$$8359 - 2523$$

$$\begin{aligned} 8359 &= 8000 + 300 + 50 + 9 \\ &= \mathbf{7000} + \mathbf{1000} + 300 + 50 + 9 \\ &= \mathbf{7000} + (\mathbf{1000} + \mathbf{300}) + 50 + 9 \\ &= 7000 + 1300 + 50 + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8359 - 2523 &= (7000 + 1300 + 50 + 9) - (2000 + 500 + 20 + 3) \\ &= \mathbf{6000} + \mathbf{800} + \mathbf{50} + \mathbf{6} \\ &= \mathbf{5836} \end{aligned}$$

1000	100	10	1
8	13	5	9
- 2	5	2	3
5	8	3	6

$$\begin{array}{r} 7 \\ \cancel{8} \text{ } ^1 3 \text{ } 5 \text{ } 9 \\ - 2 \text{ } 5 \text{ } 2 \text{ } 3 \\ \hline 5 \text{ } 8 \text{ } 3 \text{ } 6 \end{array}$$